

## МАТЕМАТИКА И ЖИВОПИСЬ

Поиски математических закономерностей в области изобразительного искусства имеют едва ли не древнейшую традицию. Достаточно вспомнить канон Имхотепа, жившего более чем 2000 тыс. лет до того, как Пифагор открыл законы целочисленных отношений в музыке. Эти попытки найти «формулу человека», «законы красоты человека» красной нитью проходят через всю историю изобразительного искусства. Другой важнейшей математической темой в живописи, которая также на протяжении тысячелетий стимулировала поиски и дарила находки как художникам, так и ученым, является проблема построения перспективы.

*Все проблемы Перспективы можно пояснить при помощи пяти терминов*

*Математики: точка, линия, угол, поверхность и тело.*

### ЛЕОНАРДО ДА ВИНЧИ

В первом наскальном изображении первый первобытный художник столкнулся с непростой математической задачей; отобразить трехмерный оригинал на двумерную плоскость «картины». Сама природа помогла ему в решении этой задачи» ибо, как заметил Леонардо да Винчи» «первая картина состояла из одной-единственной линии, которая окружала тень человека, отброшенную солнцем на стену». Почему художник не довольствовался трехмерной скульптурой, а стремился к двумерному изображению оригинала, понять нетрудно; плоская поверхность пещеры или стены храма, глиняной таблички или папируса, пергамента или бумаги была удобным носителем графической информации. В последних случаях такую поверхность можно было попросту свернуть в рулон и унести с собой.

Люди издревле научились отображать всевозможные объекты окружающего их трехмерного мира на двумерную плоскость картины. Однако по мере развития такого искусства отображения все чаще возникал вопрос: насколько точно и насколько убедительно эти плоские образы

отражают реальные трехмерные прообразы? На эти вопросы призвана была ответить наука, и, прежде всего геометрия.

Геометрия и живопись... Пути науки и искусства переплетались в них на протяжении столетий. Геометрия дарила живописи новые изобразительные возможности, обогащала язык живописи, а живопись эпохи Возрождения стимулировала исследования по геометрии, дала начало проективной геометрии. Геометрия, будучи могучей ветвью древа математики, является в то же время и тем связующим стержнем, который проходит через всю историю живописи.

В самом деле, существуют три принципиальных геометрических метода отображения трехмерного пространства на двумерную плоскость картины: метод ортогональных проекций, аксонометрия и перспектива. Перспектива может быть прямой или обратной. Все эти принципиальные возможности изображения пространства на плоскости были реализованы в искусстве живописи, причем в разных пластах художественной культуры каждый из этих методов находил свое наиболее полное и чистое выражение. Так, система ортогональных проекций составила геометрическую основу живописи Древнего Египта; аксонометрия (параллельная перспектива) характерна для живописи средневекового Китая и Японии; обратная перспектива — для фресок и икон Византии и Древней Руси; прямая перспектива — это геометрический язык ренессансной живописи, а также станковой и монументальной живописи европейского искусства XVII века и русского искусства XVIII-XIX веков. В каждой геометрической системе живописи есть свои достоинства и свои недостатки: одна система лучше передает объективное пространство, а другая — субъективное. Значит, в каждой системе есть и свои выразительные возможности, и «невозможности», что станет более понятным из ближайшего рассмотрения этих систем.

**«ОРТОГОНАЛЬНАЯ» ЖИВОПИСЬ ДРЕВНЕГО ЕГИПТА**

Идея незыблемости, вечности абсолютной власти фараона, почитавшегося сыном Бога, пронизывала всю философию и весь жизненный уклад древнеегипетского общества. Эта идея не только откристаллизовалась в острых гранях пирамид — апофеозе вечности, но и нашла воплощение в древнеегипетской живописи. Каждый предмет как бы вычленялся художником из окружающего мира, осмыслялась «идея» этого предмета, и в результате возникал живописный образ, который не зависел ни от места, ни от времени его создания и который сегодня удачно называют «образом-существительным». Образы-существительные слагались в картины - предложения и даже картины-повествования. Живопись Древнего Египта была близка к письменности, и образы-существительные часто перемежались с иероглифами, от которых они отличались лишь степенью детализации.

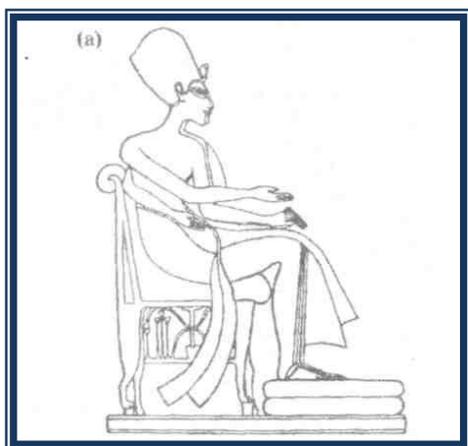
Какой же изобразительный прием, какая геометрия, лучше всего подходили для создания образа-существительного, для воплощения идеи незыблемости? Таким геометрическим методом является, конечно, метод ортогональных проекций. Если попытаемся изобразить любой предмет в аксонометрии или перспективе, то в зависимости от точек зрения мы получим множество различных изображений данного предмета. Такое разнообразие, изображений не могли устроить древнеегипетского художника.

Искусству в Древнем Египте отводилась чрезвычайно важная роль: оно должно было, ни много, ни мало, дарить бессмертие, быть прямым продолжением жизни. Проявление индивидуальной воли художника было строго ограничено: роль его мыслилась как роль хранителя священных канонов. Так как в отличие от кратковременной земной жизни искусство считалось носителем жизни вечной, то оно освобождалось от всего мгновенного, изменчивого, неустойчивого. Оно выработало язык, отвечающий идее постоянства,- язык экономного графического знака, строгой и ясной линии, четкого контура, компактных, предельно обобщенных объемов. Древнеегипетский художник выбирает единственно

правильный и единственно возможный способ изображения – метод ортогональных проекций. Ортогональные проекции позволяли древнеегипетскому художнику сообщать зрителю объективную информацию об окружающем мире. Поскольку художник не мог дать все три проекции предмета, он давал одну в наиболее выгодном ракурсе. Показ предмета с выгодной точки зрения не останавливал художника перед явными с современной точки зрения казусами. В одном рисунке совмещены несколько различных проекций.

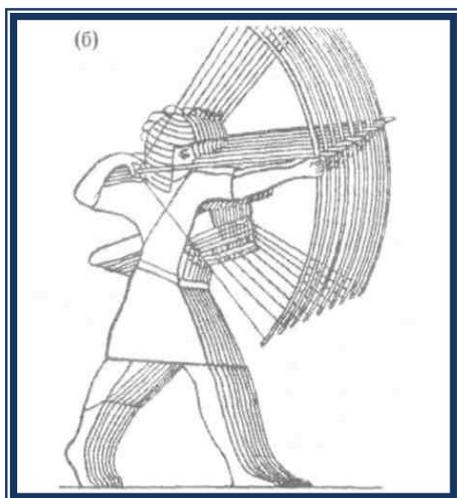
Вообще, древнеегипетский живописец творил не столько согласно зрению, но и согласно умозрению. Умозрение позволяло художнику совмещать в одном рисунке разные точки зрения. Умозрение помогло выработать математическую систему правил в изображении фигуры человека-канон.

Образы Древнего Египта были нарочито плоскими, в них не было глубины пространства. Проблема изображения трехмерного пространства египтянами не ставилась, их интересовали выделенные из среды и лишённые индивидуальных черт абстрактные образы – символы, а не то, как эти символы связаны между собой.



Если же действие и развивалось в древнеегипетской картине, то оно развивалось не в глубину, а параллельно плоскости картины, по строкам. И все-таки, несмотря на хорошо разработанные условные приемы, проблема изображения глубины пространства неизбежно выростала в древнеегипетской живописи. В ряде случаев художник заслонял одну фигуру другой, однако такой прием не всегда давал ожидаемые результаты. Например, на изображении фараона Эхнатона и сидящей рядом с ним супруги о существовании последней можно только догадываться по ее правой руке, которая, трепетно обнимая стан фараона, возникает будто бы из ниоткуда и по ладони левой руки жены

фараона, покоящейся в ладони властелина. Это чистая математика, слепое следование методу ортогональных проекций. Зато на другом рисунке передача глубины пространства древнеегипетскому мастеру явно удалась. Четкий профиль переднего лучника повторен со сдвигом чуть вправо и



вверх. В результате возникает острое ощущение глубины пространства, стройная шеренга воинов. Но ведь с точки зрения геометрии живописи мы здесь имеем не что иное, как фронтальную косоугольную аксонометрию!

Таким образом, потребность в изображении пространственных отношений между предметами неизбежно приводит к новой

геометрической системе в живописи - аксонометрии.

Что касается живописи Древнего Египта в целом, то лучшая ее оценка, на наш взгляд, дана Б. Раушенбахом: «Среди искусств, взявших за основу изображение геометрии объективного пространства, древнеегипетское является наиболее цельным и законченным».

## «ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ» ЖИВОПИСЬ СРЕДНЕВЕКОВОГО КИТАЯ И ЯПОНИИ

Попытки передать глубину пространства на плоскости картины, согласовать умозрение со зрением, которые мы обнаружили еще в Древнем Египте, привели к образованию новой геометрической системы в живописи – аксонометрии, или параллельной перспективы.

В отличие от средневековой Европы искусство Китая не было сковано путами церковных догматов. Здесь мирно сосуществовали и три религиозно-философских учения: конфуцианство, даосизм и буддизм — и два направления искусства: религиозное и светское. Согласно этим учениям, путь познания истины духовное очищение в природе. Именно в природе китайские художники, многие из которых были монахами, искали и

находили умиротворяющую гармонию. Природу и её изображение на картине китайский художник воспринимал как безбрежный океан, как непостижимый космос, в котором растворена созерцающая его личность художника – философа.

Поистине удивительно, как точно этой философии созерцания была найдена соответствующая геометрия живописи! Ведь аксонометрия, как мы знаем, есть центральная проекция с бесконечно удаленным центром проектирования. Таким образом, именно в этой геометрической системе точка зрения художника отодвигалась в бесконечность, художник растворялся в безграничных пространствах природы и бесстрастно взирал на её мудрое спокойствие. В силу своей геометрии (параллельные линии остаются параллельными) аксонометрия не знает ни угла зрения, ни точек схода, ни линии горизонта. Взгляд из бесконечности может и бесконечно простираться за пределы картины

Картина не выглядит ограниченной рамой и будто готова беспредельно разойтись, волшебным образом превратившись в изображенную на ней природу и поглотив своего бесконечно далекого наблюдателя. Лучше всего параллельная перспектива китайской живописи видна в бытовых картинах, где упорядоченно стоят оформленные творения рук человеческих, например, параллелепипеды домов. Аксонометрия здесь очевидна.

Аксонометрия, как нам известно, имеет три координаты. Если оси координат выбрать так, чтобы по двум осям иметь фронтальную ортогональную проекцию (без искажения), то по третьей координате обязательно будут искажения. Это фронтальная косоугольная аксонометрия, в которой, как правило, и творили китайские мастера. Поскольку коэффициент искажения по третьей координате неизвестен, то судить о протяженности глубины по первым двум координатам (ширине и высоте) затруднительно, т. е. протяженность по глубине оказывается *неопределенной*. Эта неопределенность глубины в аксонометрии усиливается

параллельностью «глубинных» линий, которые не сближаются по мере удаления от наблюдателя. Таким образом, в «параллельной» живописи возникают два противоположных начала: *глубинное* и *плоское*. Картина будто бы имеет глубинное начало, но это просто плоские срезы перемещаются по третьей координате (глубине) без всяких метрических сокращений.

Китайские живописцы умело пользовались противоречием глубинного и плоского начал. По сути дела аксонометрия явилась своеобразным компромиссом между философией «отдельного», плоского (живопись Древнего Египта ) и «целого», глубинного (живопись Возрождения). Плоское начало в китайской живописи сдвинулось в пространство, однако оно ещё не стало пространством. Но китайский художник и не ставил целью создать иллюзию пространства, он не рисовал с натуры, он только пристально вглядывался в нее и переосмысливал природу в свою философскую систему.

Часто говорят о принципиальной асимметрии китайской и японской живописи. У этой ассиметрии есть свои геометрические корни: отсутствие линии горизонта и центральной точки схода, а значит и фиксированного центра композиции приводит к асимметричности всей композиции. Есть и философские предпосылки: человек китайскими философами мыслился частью природы, а не центром мироздания, человек растворялся в природе , а не располагал её вокруг собственного «я» , ставшего центром симметрии в ренессансных композициях.

## ЛИНЕЙНАЯ ПЕРСПЕКТИВА ВОЗРОЖДЕНИЯ

Ветер Возрождения распахнул пыльный окна мастерских средневековых художников и впервые заставил их посмотреть на изумительный вид, открывающийся из окна.

Из дряхлой Византии в жизнь — весна

Вошла, напомнив о любви, о теле;

В своих созданных Винчи, Рафаэли

Блеск бытия исчерпали до дна.

(В. Брюсов)

Вера в идеалы гуманизма, в могущество человеческого разума, основанного не на проповедях теологов, а на непосредственном опыте, будоражила воображение и придавала силы разбуженным умам Возрождения. Новое мышление пришло и в живопись. В условиях ломки старых канонов, в условиях торжества эмпирического знания язык живописи также должен был опираться на непосредственный зрительный опыт человека. Таким геометрическим языком живописи стала перспектива.

Построенная на законах геометрической оптики, нашедшая в картине мысленный разрез видимого мира перспектива оказалась лучшим из известных приемов передачи видимого, перцептивного пространства. Перспектива знаменовала окончательную победу зрения над умозрением.

Таким образом, перспектива противопоставила два подхода к искусству: следование традиции и следование природе — и однозначно выбрала второй путь. Однако перспектива была не только плодом наблюдения, но и геометрического расчета, не только субъектом искусства, но и объектом науки. Считая зрение высшей формой знания, а себя — «учеником опыта», гений Высокого Возрождения Леонардо да Винчи подразделял учение о перспективе на три части: «Первая из них содержит только очертания тела, вторая — об уменьшении (ослаблении) цветов на различных расстояниях; третья — об утрате отчетливости тел на различных расстояниях». «Геометрическую часть» учения о перспективе, которая давала универсальный способ построения на плоскости картины окружающего пространства с помощью прямых линий — линии горизонта, линий схода и т. п., — стали называть *линейной перспективой*, «Живописная часть» учения о передаче глубины пространства живописными средствами была названа *воздушной перспективой*. «Вы, живописцы, находите в поверхности плоских зеркал своего учителя, который учит вас светотени и сокращениям каждого предмета », писал Леонардо. Новый язык живописи помогал

художнику по – новому организовать живописное произведение. Линия горизонта и главная точка картины стали важнейшими инструментами в руках художника – перспективиста, скрытыми пружинами механизма построения композиции. Главная точка картины стала и главной точкой композиции, её смысловым центром, а образы параллельных линий, сходящиеся к главной точке, будто путеводные нити, приводили зрителя к этому центру.

Интересен перспективный анализ картины Леонардо да Винчи «Тайная вечеря». Пространство в тайной вечере умышленно ограничено: перспективные линии продолжают перспективу трапезной, но не уводят в глубину, а замыкаются написанной стеной с окнами, таким образом, помещение, где находится фреска, кажется только слегка продолженным, но его простые очертания зрительно не нарушены. Главная точка картины, куда ведут образы параллельных линий стен и потолка, приходится на правый глаз Христа, т.е. ее геометрический и смысловой центры совпадают.

Впрочем, порой кажется наоборот: будто из центра картины из глаз Христа, расходятся во все стороны эти лучи, словно потоки мыслей. Христос только что произнес: «Один из вас предаст меня». Каждый ищет сочувствия и отклика у соседа – этим оправдана симметричная, но выглядящая естественно разбивка на четыре группы по трое в каждой. Только Иуда психологически изолирован, хотя формально находится в группе Иоанна и Петра. Он отшатнулся назад, тогда как все другие непроизвольно устремляются к центру - к Христу. Две ближние к Христу более динамичны: они словно вписаны в два треугольника, обрамляющих треугольник центральной фигуры. Две крайние группы образуют статичные фигуры – четырехугольники. Такова геометрия «Тайной вечери». Она проста и строга, что наполняет фреску внутренней динамикой и содержанием.

Наука и искусство, словно нити холста переплелись в полотнах мастеров Возрождения.

Живопись переходила в начертательную геометрию, а геометрия – в искусство. Пространство картины было не только симметрично, но и метрично. Всякий раз художник старался не просто показать глубину пространства картины, но и как бы вычислить эту глубину. Вот почему ренессансные художники так любили изображать квадраты плиток пола и кессоны (квадратные углубления) потолка, представляющей собой не что иное, как систему координат на плоскости «ширина - глубина», анфилады комнат, ряды колонн или ковров (в «Тайной вечере»). Вот почему живописцы Возрождения так любили изображать архитектуру, которая органически перерастала в архитектуру изображения. Все перечисленные приемы нетрудно найти в творчестве любого ренессансного мастера.

Вместе с новой геометрией в живопись Возрождения пришло и новое художественное мышление. Ренессансная перспектива – это революция в искусстве.

В живописи Высокого Возрождения XVI в. нашел отражение пробуждающийся интерес к науке, который вскоре, в XVII веке, привел к рождению нового естествознания в трудах Галилея, Ньютона и Лейбница.

На протяжении почти 500 лет линейная перспектива считалась непререкаемым авторитетом в живописи. Такой «рекламе» линейная перспектива была обязана прежде всего математике. Именно благодаря тому, что линейная перспектива основана на строгих единых геометрических правилах, она и оказалась единственно возможной, единственно правильной и непогрешимой.