**,КОНКУРСНЫЕ ЗАДАЧИ**

**Для 8-9 х классов**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Задача*** | ***Решение*** |
| **1.**  Пусть S(N) - сумма цифр натурального числа N. Найдите все N, для которых N+ S(N)=1999 | **1.** N=1000a + 100b + 10c + d $\rightarrow $ 1001a + 101b + 11c +2d = 1999.  Тогда а=1 и 101b + 11c + 2d = 998 $\rightarrow $  b=9 и 11c + 2d=89, значит с=7 и d=6**Ответ:** **1976** |
| **1.** Зная, что $\frac{х}{у}=\frac{25}{9}$($х>0, у>0)$, найдите отношение среднего арифметического к среднему геометрическому чисел х и у. | **1.**$\frac{х+у/2}{\sqrt{ху}}$**=**$ \frac{\frac{х}{у}+ 1}{2\sqrt{\frac{х}{у}}}=\frac{\frac{16}{9}+1}{2\sqrt{\frac{16}{9}}}=\frac{25}{18∙\frac{4}{3}}=\frac{25}{24}$**Ответ:** **25/24** |
| **2.** Квадратный торт с четырьмя розочками надо разрезать на четыре равных куска, так чтобы на каждом было по розочке. Нарисуйте как это сделать.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | \* | \* |  |  |  |
|  | \* |  |  |  |  |
|  |  |  | \* |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

  | **2. Ответ:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | \* | \* |  |  |  |
|  | \* |  |  |  |  |
|  |  |  | \* |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

 |
| **3.**  Петин счет в банке содержит 500 долларов. Банк разрешает совершать операции только двух видов: снимать 300 долларов или добавлять 198 долларов. Какую максимальную сумму Петя может снять со счета? | **3.** Поскольку 300 и 198 делятся на 6, Петя сможет снять лишь сумму, кратную 6 долларам. Максимальное число, кратное 6 и не превосходящее 500, - это 498. Докажем, что снять 498 долларов возможно. Произведем следующие операции: 500-300=200, 200+198=398, 398-300=98, 98+198=296, 296+198=494. Сумма, лежащая в банке, уменьшилась на 6 долларов. Проделав аналогичную процедуру 16 раз, Петя снимет 96 долларов. Затем он может снять 300, положить 198 и снова снять 300. В результате у него будет 498 долларов.**Ответ: 498** |
| **4.** Через центр окружности проведены еще четыре окружности, касающиеся данной. Найти отношение площадей фигур, выделенных на рисунке черным и серым цветом соответственно. C:\Users\Людмила\Desktop\Photo-0003.jpg | **4.** Так как радиус большего круга в два раза больше радиуса меньшего, то их площади относятся, как 4:1, значит, S — площадь большего круга — равна сумме площадей четырех меньших. Пусть х — площадь серой фигуры, а у — площадь черной. Так как серая фигура «лепесток», является пересечением меньших кругов, а черная фигура дополняет объединение меньших кругов до большего, то S—y = S — х, то есть, х = у. Значит х/у=1**Ответ: 1** |
| **5.** На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка K, для которой CK =BC. Отрезок CK пересекает биссектрису AL в точке О, которая делит биссектрису AL пополам. Найдите углы треугольника ABC. | **5.** Обозначим точку пересечения отрезков CK и AL за O. Заметим, что CO — медиана к гипотенузе прямоугольного треугольника ACL. Значит, AO=OC=OL, а ∠OCA=∠OAC=∠OAK (последнее равенство верно, так как AO—биссектриса). Обозначим этот угол за *a*. Тогда ∠A=*2a*. Найдём ∠B. Так как треугольник CBK равнобедренный, этот угол равен внешнему углу CKB треугольника CKA, то есть ∠B=∠ACK +∠KAC=*3a*. Наконец, из того, что ∠B+∠A=90$°$, получаем, что *2a+**+3a*=90$°. $Значит, a=18$°. $Соответственно, ∠B=3$∙$18 =54$°$, а ∠A=2$∙$18 =36$°$**Ответ: ∠A=36**$° $**∠B=54**$°$ |
| **6.** За первый год население некоторой деревни возросло на *n* человек, а за второй – на 300 человек. При этом за первый год население увеличилось на 300%, а за второй –– на *n*%.Сколько жителей стало в деревне? | **6.**  Предположим, что сначала в деревне было *x* жителей. Тогда через год в деревне стало *x + n = x +300/100· x = 4x* жителей, от-куда *n=3x*. Ещё через год в деревне стало *4x+300=4x+n/100·4x* жителей, откуда *300 = 4nx/100*. Так как *n = 3x*, то *300 =12*$х^{2}$*/100, 4*$х^{2}$ *= 10000* и *x = 50*. Значит, в деревне сейчас *4x + 300 = 500* человек.**Ответ: 500 человек** |